



(لطفاً پیش از شروع، صفحه اول پاسخنامه را با دقت مطالعه کنید.)

۱. فرض کنید ۱۰۰ عدد داده شده است. در مرحله اول به هر کدام یک واحد اضافه می‌کنیم. همین‌طور در مرحله دوم مجدداً به هر کدام یک واحد دیگر می‌افزاییم. می‌دانیم که بعد از مرحله اول، مجموع مربعات این اعداد تغییر نکرده است. تعیین کنید که بعد از مرحله دوم این مجموع چگونه تغییر می‌کند.

[۳ امتیاز]

۲. مادر ۱۵ پیراشکی پخته و آن‌ها را در یک بشقاب گرد به شکل دایره‌ای به ترتیب به صورت ۷ پیراشکی کلم، ۷ پیراشکی گوشت و یک پیراشکی گیلاس (دقیقاً به همین ترتیب) چیده است. او بشقاب را در ماکروویو قرار می‌دهد. همه پیراشکی‌ها یک‌شکل هستند ولی زهرا ترتیب آن‌ها را می‌داند. با این وجود نمی‌داند بشقاب در ماکروویو چطور چرخیده است. او می‌خواهد پیراشکی گیلاس را بخورد. آیا زهرا قطعاً می‌تواند پیراشکی مورد علاقه‌اش را بخورد، به شرطی که اجازه امتحان کردن حداکثر ۳ پیراشکی دیگر را داشته باشد؟

[۴ امتیاز]

۳. درایه‌های یک جدول 7×5 با اعداد پر شده است، به طوری که در هر مستطیل 2×3 (عمودی یا افقی) مجموع اعداد برابر صفر است. پویا با پرداخت ۱۰ تومان می‌تواند یک درایه را انتخاب کرده و از عدد آن مطلع شود. کمترین میزان پولی که او باید خرج کند تا مجموع کل اعداد جدول را بصورت دقیق بدست آورد، چقدر است؟

[۴ امتیاز]

۴. نقطه L روی ضلع BC از مثلث ABC مشخص شده است به طوری که طول AL دو برابر طول میانه CM است. اگر زاویه ALC برابر 45° باشد، ثابت کنید AL بر CM عمود است.

[۵ امتیاز]

۵. علی بابا و چهل دزد می‌خواهند از تنگه بوسفر عبور کنند. آن‌ها یک صف تشکیل می‌دهند، به طوری که هر دو نفری که کنار هم قرار دارند، دوست هستند. علی بابا نفر اول است. نفر سوم در صف نیز دوست علی بابا است. یک قایق وجود دارد که می‌تواند ۲ یا ۳ نفر را حمل کند که همگی باید دوست باشند. یک نفر به تنهایی نمی‌تواند قایق را براند. آیا علی بابا و چهل دزد قطعاً می‌توانند از تنگه عبور کنند؟

[۶ امتیاز]



(The result is computed from the three problems with the highest scores.)

points problems

- 3 1. Each of 100 given numbers was increased by 1. Then each number was increased by 1 once more. It is known that the first time the sum of the squares of the numbers was not changed. Find how this sum changed the second time.
- 4 2. Mother baked 15 pasties. She placed them on a round plate in a circular way: 7 with cabbage, 7 with meat and one with cherries in that exact order and put the plate into a microwave. All pasties look the same but Olga knows the order. However, she doesn't know how the plate has been rotated in the microwave. She wants to eat the pasty with cherries. Can Olga eat her favourite pasty for sure if she is not allowed to try more than three other pasties?
- 4 3. The entries of a 7×5 table are filled with numbers so that in each 2×3 rectangle (vertical or horizontal) the sum of the numbers is 0. For 10 dollars Peter may choose any single entry and learn the number in it. What is the least amount of dollars he should spend in order to learn the total sum of numbers in the table for sure?
- 5 4. Point L is marked on side BC of triangle ABC so that AL is twice as long as the median CM . Given that angle ALC is equal to 45° , prove that AL is perpendicular to CM .
- 6 5. Ali Baba and the 40 thieves want to cross the Bosphorus strait. They made a line so that any two people standing next to each other are friends. Ali Baba is the first; the thief next to his neighbour is also Ali Baba's friend. There is a single boat that can carry 2 or 3 people and these people must be friends. A single person cannot sail. Can Ali Baba and the 40 thieves surely cross the strait?