



به نام آنکه هستی نام از او یافت

مرحله اول مسابقات تورنمنت شهرها (بهمن 92)

ناحیه 3

دانش آموزان عزیز! از هفت سؤالی که در اختیار شما قرار گرفته، فقط به پنج سؤال جواب دهید.

1- هر دوش یک بوش است، نصف گوشها، بوش هستند، نصف بوشها، دوش اند. چهل گوش و سی دوش داریم. هیچ گوش، دوش نیست. چند بوش، نه دوش اند و نه گوش؟

2 امتیاز

2- عددی را پیدا کنید که در تقسیم بر عددهای 2، 3، 4 و 5 به ترتیب، به باقیمانده های 1، 2، 3 و 4 برسد.

3 امتیاز

3- حکایت می کنند که وقتی گوس 9 ساله بود، معلمش از او خواست که همه عددهای صحیح از 1 تا 100 را با هم جمع کند:

$$1+2+3+ \dots +99+100$$

گوس کوچک، برای این جمع، راه حل ساده ای پیدا کرد: باید مجموع عدد اول و عدد آخر، سپس مجموع عدد دوم و عدد ماقبل آخر و غیره را پیدا کرد. هر کدام از این مجموع ها مساوی 101 و تعداد آنها مساوی 50 است، بنابراین مجموع همه عددهای صحیح از 1 تا 100 چنین می شود: $50 \times 101 = 5050$

حالا شما از همین روش برای حل مسأله دیگری استفاده کنید: مجموع همه رقمهای عددهای صحیح از 1 تا 1,000,000,000 را پیدا کنید. توجه داشته باشید، در اینجا هدف محاسبه مجموع رقمهای همه عددهاست، نه مجموع خود عددها.

4 امتیاز

4- ثابت کنید یک عدد طبیعی n وجود دارد که به ازای آن عدد $2^8 + 2^{11} + 2^n$ مربع کامل باشد.

5 امتیاز

5- سه نفر که کلاههای هم رنگ دارند ولی روی هر کدام نام آنها نوشته شده است به یک مهمانی می روند در موقع ورود کلاههای خود را روی میز قرار می دهند. میزبان کلاه های آنها را جابجا کرده و از پشت روی میز قرار می دهد طوری که نام آنها مشخص نیست. در موقع خروج هر فرد کلاهی را بر می دارد.

الف) به چند طریق هر فرد کلاهی می تواند انتخاب کند به طوری که هیچ فردی کلاه خود را بر ندارد.

ب) اگر تعداد افراد 4 نفر باشد مسأله ی فوق را حل کنید.

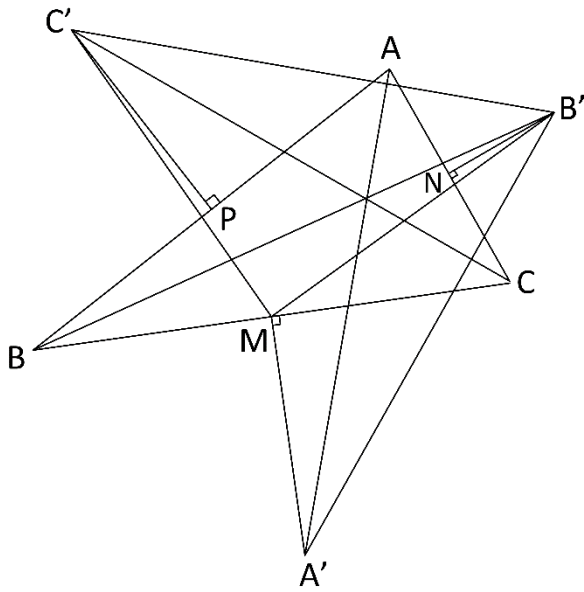
5 امتیاز

6- گروهی کشاورز، باید دو زمین را شخم بزنند، که یکی از زمینها مساحتی دو برابر دیگری دارد، تمام گروه، نصف روز را روی زمین بزرگتر کار کردند. سپس، گروه به دو قسمت تقسیم شد: نصف گروه در همان زمین بزرگتر باقی ماند و کار شخم آنرا تا غروب تمام کرد. نیمه دوم گروه به شخم زدن زمین کوچکتر پرداخت و در پایان روز آن قدر کار باقی مانده بود که یک کارگر بتواند در یک روز آنرا تمام کند. در گروه، چند کارگر وجود دارد؟

5 امتیاز

7- مثلث ABC را در نظر گرفته، وسط اضلاع BC و CA و AB را به ترتیب M و N و P می‌نامیم و در خارج مثلث پاره‌خط‌های

MA' و NB' و PC' را به ترتیب عمود بر BC و CA و AB و مساوی نصف آنها را رسم می‌کنیم. ثابت کنید:



الف) مثلث $B'MC'$ قائم الزاویه متساوی الساقین است.

ب) $A'B'$ و CC' بر هم عمود و با هم مساویند.

ج) خطوط AA' ، BB' و CC' از یک نقطه می‌گذرند.

6 امتیاز