

به نام آنکه هستی نام از او یافت

مرحله اول مسابقات تورنمنت شهرها(بهمن 92)

نواحی 1، 2 و 6

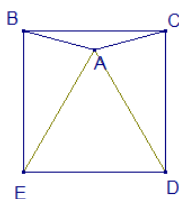


انش آموزان عزیز! از هفت سؤالی که در اختیار شما قرار گرفته، فقط به پنج سؤال جواب دهید.

1- اگر $M = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ و $A = \{X \subseteq M | n \in X\}$ و $B = \{X \subseteq M | n \notin X\}$ ، نشان دهید: $|A| = |B| = 2^{n-1}$.

2 امتیاز

($|A|$ یعنی تعداد عضوهای مجموعه A)



2- نقطه A را درون مربع $BCDE$ به گونه‌ای انتخاب می‌کنیم

3 امتیاز

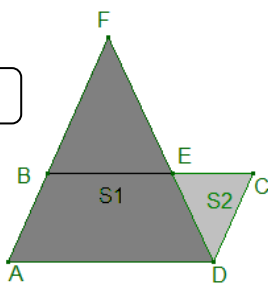
که $\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = 15^\circ$ باشد. ثابت کنید مثلث ADE متساوی‌الاضلاع است.

3- در متوازی‌الاضلاع $ABCD$ ، خط DE را به دلخواه رسم می‌کنیم.

4 امتیاز

این خط امتداد AB را در نقطه F قطع می‌کند (مانند شکل). اگر $S_1 = S_{AFD}$ و

$S_2 = S_{DEC}$ باشد، مساحت متوازی‌الاضلاع را برحسب S_1 و S_2 به دست آورید.

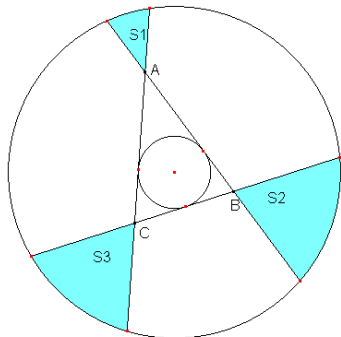


4- دو دایره هم مرکز به شعاع‌های 1 و 10 واحد مفروض است.

خطوط AB, AC, BC بر دایره کوچک مماس شده‌اند.

مقدار $S_1 + S_2 + S_3 - S_{\triangle ABC}$ را بیابید.

4 امتیاز



5- ثابت کنید عدد طبیعی n وجود دارد که به ازای آن عدد $2^8 + 2^{11} + 2^n$ مربع کامل باشد.

5 امتیاز

6- گروهی کشاورز، باید دو زمین را شخم بزنند، که یکی از زمین‌ها مساحتی دو برابر دیگری دارد. تمام گروه، نصف روز را روی زمین

بزرگتر کار کردند. سپس، گروه به دو قسمت تقسیم شد. نصف گروه در همان زمین بزرگتر باقی ماند و کار شخم آن‌را تا غروب تمام

کرد. نیمه دوم گروه به شخم زدن زمین کوچکتر پرداخت و در پایان روز آن قدر کار باقی مانده بود که یک کارگر بتواند در یک روز

آن‌را تمام کند. در گروه، چند کارگر وجود دارد؟

5 امتیاز

7- الف) یک صفحه شطرنجی (8×8) مفروض است. اگر یک مربع، مستطیل هم باشد و یک مستطیل به ابعاد "دو در یک" با یک

مستطیلی به ابعاد "یک در دو" متفاوت باشد، تعداد کل مستطیل‌های این صفحه را بیابید.

7 امتیاز

ب) الگویی برای تعداد مستطیل‌های یک صفحه شطرنجی $n \times n$ ارائه کنید.

