



برنام آگهستی نام ازویافت

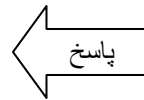
مرحله اول مسابقات تورنمنت شهرها

ناحیه ۴ اصفهان

دانش آموزان عزیز! از هفت سوالی که در اختیار شما قرار گرفته است فقط به پنج سوال جواب دهید.

سوال ۱- در یک عدد پنج رقمی اگر عدد ۶ را سمت چپ عدد قرار دهیم تا عددی شش رقمی حاصل شود، چهار برابر زمانی می شود که

عدد ۶ را در سمت راست عدد قرار داده ایم. عدد را پیدا کنید. (۲ نمره)



$$\overline{6abcde} = 4 \times \overline{abcde6}$$

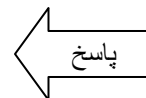
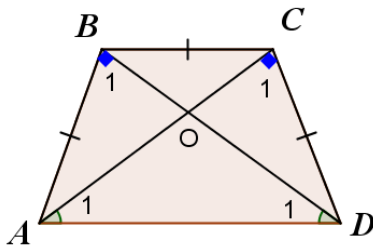
$$4 \times 6 = 24 \Rightarrow e = 4 \Rightarrow \overline{6abcd4} = 4 \times \overline{abcd46}$$

$$\Rightarrow d = 8, \Rightarrow c = 3, \Rightarrow b = 5, \Rightarrow a = 1$$

$$\Rightarrow \boxed{\text{عدد مطلوب} = 15384}$$

سوال ۲- در دوزنقه متساوی الساقین ABCD قطر AC بر ساق CD عمود و نیمساز زاویه A می باشد. اگر محل برخورد قطرها را O بنامیم،

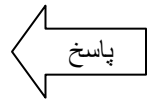
OA چند برابر OC خواهد بود؟ (۳ نمره)



$$\begin{cases} \alpha + 2\beta = 90^\circ \\ \alpha = \beta \end{cases} \Rightarrow \alpha = 30^\circ \Rightarrow CD = \frac{1}{2}AD$$

$$\begin{cases} \angle B_1 = \angle D_1 \\ \angle C_1 = \angle A_1 \end{cases} \Rightarrow \Delta BOC \sim \Delta DOA \Rightarrow \frac{BO}{OD} = \frac{CO}{OA} = \frac{BC}{AD} = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{OA = 2OC}$$

سوال ۳- عدد $9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{99 \dots 9}_{1381 \text{ مرتبه}}$ چند رقم ۱ دارد؟ (۳ نمره)



$$9 + 999 + \dots + \underbrace{99 \dots 9}_{1381 \text{ مرتبه}} = (1 \circ - 1) + (1 \circ^2 - 1) + (1 \circ^3 - 1) + \dots + (1 \circ^{1381} - 1)$$

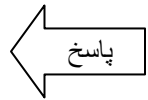
$$= 1 \circ + 1 \circ^2 + \dots + 10^{1381} - \underbrace{(1 + 1 + \dots + 1)}_{1381 \text{ مرتبه}}$$

$$= \underbrace{11 \dots 1 \circ}_{1381 \text{ مرتبه}} - 1381 = 11 \dots 1 \circ 9729 \Rightarrow \text{عدد 1 درارد 1377}$$

سوال ۴- ظرفیت یک آسانسور ۲۰ نفر خردسال یا ۱۵ نفر بزرگسال است. اگر فقط ۱۲ نفر خردسال درون آسانسور باشند، ظرفیت آسانسور در این حالت حد اکثر چند نفر می باشد؟ (۲ نمره)

$x =$ خردسال

$y =$ بزرگسال

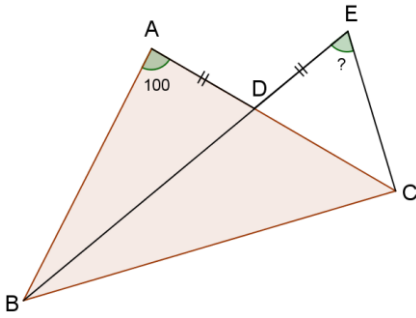


نفرات لازم برای تکمیل ظرفیت $15 - 9 = 6 \Rightarrow y = 9 \Rightarrow x = 12$ و $\frac{x}{y} = \frac{20}{15}$

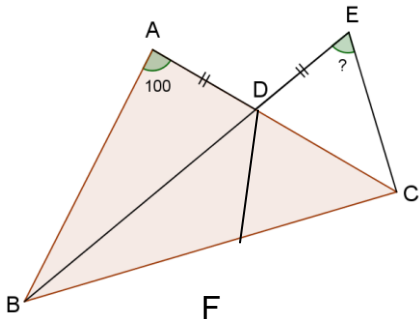
نفر ظرفیت آسانسور $12 + 6 = 18$

سوال ۵- در شکل مقابل $AB = AC$ و $AD = DE$ و BE نیمساز زاویه B می باشد.

اگر زاویه A برابر 100° درجه باشد، اندازه زاویه E را تعیین کنید. (۴ نمره)



پاره خط DF را با زاویه 60° از پاره خط BD رسم می کنیم.

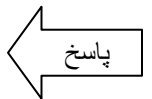


$$\begin{cases} \angle ADB = \angle BDF = 60 \\ BD = BD \\ \angle ABD = \angle DBF = 30 \end{cases} \Rightarrow \Delta ABD \cong \Delta FBD \Rightarrow \angle BDF = 100$$

$$\begin{cases} ED = DF = AD \\ \angle FDC = \angle CDE = 60 \\ DC = DC \end{cases} \Rightarrow \Delta FDC \cong \Delta EDC \Rightarrow \angle E = \angle DFC = 80$$

سوال ۶- اعداد 1 و 2 و 3 و 4 و 5 و 6 و 7 و 8 و 9 را چنان در مربع مقابل بچینید که

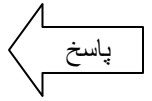
مجموع اعداد در هر ردیف و ستون و قطر مساوی مقداری ثابت باشد. (۳ نمره)



مجموع اعداد فوق برابر 78 می باشد در نتیجه اگر بخواهیم به سه قسمت تقسیم کنیم هر قسمت برابر 26 خواهد بود و این امکان پذیر نیست

زیرا مجموع سه عدد فرد، عددی فرد می باشد. در نتیجه مسئله جواب ندارد!

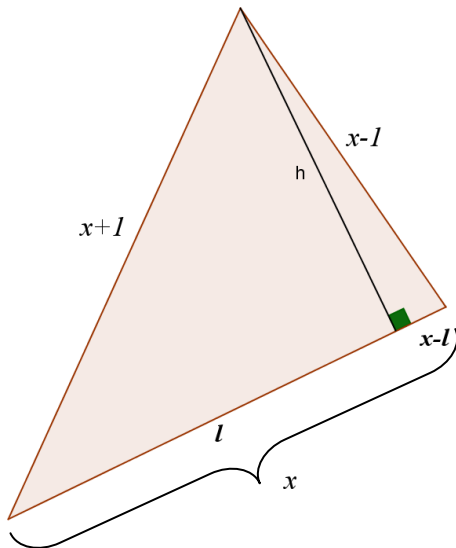
سوال ۷- طول ضلع های مثلثی (با زاویه های حاده) عددهای طبیعی و متوالی هستند. نشان دهید ارتفاع وارد بر ضلعی که طولش از نظر بزرگی دومین عدد در میان طول هاست، این ضلع را به دو پاره خط تقسیم می کند که اختلاف طول هایشان برابر ۴ خواهد بود. (۴ نمره)



در این مسئله تشخیص حکم مسئله و بیان آن به زیبا ریاضی مهم تر از حل مسئله می باشد.

فرض می کنیم طول ضلع های مثلث به ترتیب $x-1$ و x و $x+1$ باشد. طول ارتفاع h و طول پاره خط بلندتر ضلع به طول x نیز l باشد.

(مطابق شکل زیر) حکم: $l - (x - l) = 4$



$$\begin{aligned}
 h^2 &= (x+1)^2 - l^2 = (x-1)^2 - (x-l)^2 \\
 \Rightarrow x^2 + 1 + 2x - l^2 &= x^2 + 1 - 2x - x^2 - l^2 + 2xl \\
 \Rightarrow 4x + x^2 &= 2l \\
 \Rightarrow 4 + 2x &= 2l \\
 \Rightarrow l - (x - l) &= 2l - x = 4
 \end{aligned}$$

همکاران محترم: لطفاً در صورتی که راه حل های دیگری به نظرتان می رسد،

در اختیار گروه ریاضی قرار دهید تا به سمع و نظر

دیگر همکاران رسانده شود. با تشکر

گروه ریاضی متوسطه

ناحیه چهار

اصفهان.