

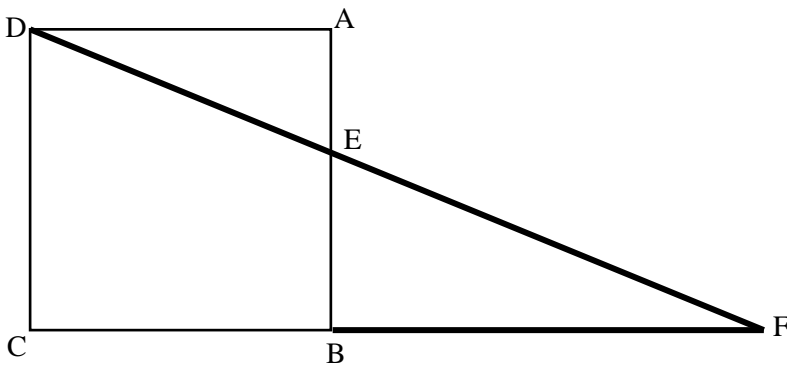
به نام آنکه هستی نام از او یافت

مرحله اول مسابقات تورنمنت شهرها سطح ۲ (اسفند ۹۵)

دانش آموزان گرامی! از هفت سؤالی که در اختیار شما قرار گرفته، فقط به پنج سؤال پاسخ دهید.

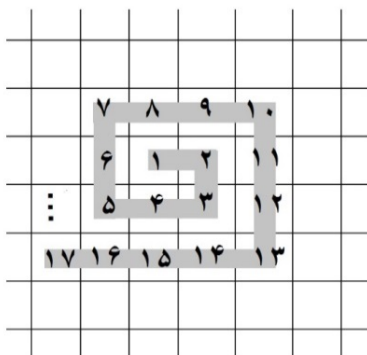
۱- چند عدد گویای  $t$  وجود دارد که  $۰ \leq t \leq ۹۵$  و  $۳t - ۱۰t^2 + ۳t^3$  عددی صحیح باشد؟ (۳ امتیاز)

۲- مربع  $ABCD$  به طول ضلع ۱۰ واحد را در نظر بگیرید، نقطه  $E$  را روی ضلع  $AB$  بگونه ای انتخاب میکنیم که اگر امتداد پاره خط  $DE$ ، امتداد ضلع  $BC$  را در نقطه  $F$  قطع کند، مساحت مثلث  $BEF$  برابر مساحت چهار ضلعی  $EBCD$  باشد. طول ضلع  $AE$  را به دست آورید. (۳ امتیاز)

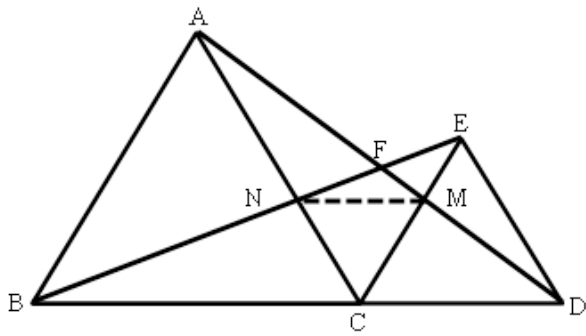


۳- به چند طریق می توان یک جدول  $۴ \times ۴$  را با اعداد ۱ و ۲ و ۳ و ۴ پر کرد به طوری که در هیچ سطر و ستونی عدد تکراری نداشته باشیم. (۴ امتیاز)

۴- اعداد طبیعی را بطور مارپیچ در جدول زیر نوشته ایم. اگر خانه عدد ۱ مبدا مختصات باشد، مختصات خانه عدد ۱۳۹۵ را به دست آورید. (۴ امتیاز)



- ۵- در شکل زیر اضلاع  $BC$  و  $CD$  از مثلث‌های متساوی‌الاضلاع  $ABC$  و  $CDE$  در یک امتدادند، اگر پاره خط‌های  $AD$  و  $EB$  به ترتیب اضلاع  $EC$  و  $AC$  را در نقاط  $M$  و  $N$  قطع کند. ثابت کنید:  $MN \parallel BC$  (۱۵ امتیاز)



- ۶- ثابت کنید در میان ۱۸ عدد سه رقمی متوالی، دست کم یکی وجود دارد که بر مجموع ارقامش بخش پذیر باشد. (۶ امتیاز)

- ۷- مجموعه  $A$  شامل ۳۳ عدد طبیعی است که در تجزیه آن‌ها به عوامل اول فقط عامل‌های ۲ و ۳ و ۵ و ۷ و ۱۱ دیده می‌شود. ثابت کنید حداقل دو عدد در  $A$  یافت می‌شود که حاصل ضرب آن‌ها مربع کامل است. (۷ امتیاز)